

Marcelle Caram Patriota

Produção de quarks top no limiar de energia

São Carlos

2023

Marcelle Caram Patriota

Produção de quarks top no limiar de energia

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Graduação em Física do Instituto de Física de São Carlos da Universidade de São Paulo, para a obtenção do título de Bacharel em Física.

Orientador: Prof. Dr. Diogo Rodrigues Boito

São Carlos

2023

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Patriota, Marcelle Caram
Produção de quarks top no limiar de energia / Marcelle Caram Patriota; orientador Diogo Rodrigues Boito -- São Carlos, 2023.
25 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharel em Física) -- Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2023.

1. Quark top. 2. Seção de choque. 3. Limiar de energia. I. Boito, Diogo Rodrigues, orient. II. Título.

Resumo

O quark top foi o último férmion a ser descoberto, e é a partícula elementar mais pesada conhecida. Sua massa é um parâmetro fundamental do modelo padrão e seu conhecimento preciso será crucial em testes de precisão futuros da teoria. A estratégia mais promissora para determinar precisamente a massa é a partir da medida da seção de choque para $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$ perto do limiar de energia, o que poderá ser feito em aceleradores futuros. O presente trabalho dedica-se à reprodução do tratamento empregado por Strassler e Peskin [1] para descrever esta seção de choque em ordem dominante e na implementação numérica da solução posteriormente.

Palavras-chave: Quark top. Seção de Choque. Limiar de energia.

1 Introdução

Até o final do século 19, acreditava-se que a mecânica clássica, o eletromagnetismo e a termodinâmica eram teorias capazes de descrever todos os comportamentos da natureza, de forma que todos os fenômenos físicos poderiam ser explicados por elas. Em 1900, entretanto, Planck propôs sua teoria da radiação de corpo negro [2], um fenômeno que a física clássica não era capaz de explicar. Em 1905, Einstein partiu da proposta de Planck para explicar o efeito fotoelétrico [3] e, no mesmo ano, apresentou sua teoria da relatividade restrita [4], a qual mostrava que a mecânica clássica newtoniana perdia a validade em regimes de velocidades muito altas (próximas à velocidade da luz). Junto a isso, o advento de novas técnicas experimentais possibilitou o estudo de moléculas, átomos e partículas, objetos microscópicos cuja dinâmica não podia ser explicada pela mecânica clássica. As lacunas nas explicações destes fenômenos fomentaram a busca por novas ideias e teorias capazes de descrever sistemas nesses regimes.

Motivados a providenciar a base teórica mais fundamental que desse respaldo às novas teorias e descobertas propostas não só por Planck e Einstein, como também por Bohr, de Broglie e outros, Heisenberg e Schrödinger chegaram à formulação da posteriormente nomeada mecânica quântica. Historicamente, tratavam-se de duas formulações independentes. A formulação de Heisenberg, publicada em 1925, ficou conhecida como mecânica matricial e foi desenvolvida para descrever estruturas atômicas. A segunda teoria, conhecida como mecânica ondulatória, foi proposta por Schrödinger em 1926 e descreve a dinâmica da matéria microscópica através de uma equação de onda, ou, ainda, equação de Schrödinger, uma equação diferencial cujas soluções resultam no espectro de energia discreto e na função de onda ψ do sistema considerado. Posteriormente, foi provado que as duas formulações são, na realidade, equivalentes.

Apesar de a equação de Schrödinger ser utilizada em sistemas quânticos não relativísticos, ela também pode ser utilizada, em alguns casos excepcionais, na física de altas energias, e o presente trabalho é dedicado a um destes casos. Estamos interessados no cálculo da seção de choque de produção do chamado quark “top”, t , no limiar de energia na aniquilação elétron-pósitron, regime em que o tratamento não relativístico é plenamente justificado, pois o top é produzido com energia cinética praticamente nula.

O quark top foi descoberto em 1995 pelo experimento CDF (Collider Detector of Fermilab) e é a partícula fundamental mais pesada do modelo padrão (SM). O SM não prevê a massa de nenhuma partícula, e conhecer bem a massa da sua partícula mais pesada é crucial em testes de precisão da teoria. Como a massa do top é muito alta, ela pode ter papel importante na busca por física além do modelo padrão que deve se manifestar em escalas de energia mais altas ainda pouco (ou nada) exploradas.

O resultado mais recente para a massa do top publicado pela colaboração *Particle Data Group* (PDG) é $(172.5 \pm 0.7)\text{GeV}/c^2$ [5]. Este valor é uma média de resultados obtidos em

diversos experimentos, e a precisão atual para a massa é considerada insuficiente, sendo altamente desejável que a incerteza seja reduzida no futuro. A estratégia mais promissora para a determinação da massa é através da medida da seção de choque $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$, reação que não foi realizada em laboratório até hoje pois nunca houve um colisor e^+e^- capaz de atingir a energia necessária para tal. Em vista disso, o estudo da região de limiar desta seção de choque é de grande interesse para aceleradores futuros como o *Future Circular Collider* (FCC) [6], que tem como objetivo gerar colisões cuja energia do centro de massa seja de até 100TeV.

Um primeiro tratamento para a produção do par $t\bar{t}$ na região de limiar da seção de choque $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$ foi introduzido por Strassler e Peskin [1], onde o processo é descrito no limite não relativístico e o potencial de interação devido à cromodinâmica quântica (QCD), ou seja, devido à troca de glúons entre os quarks, foi tratado de maneira perturbativa. Através do teorema óptico, esta seção de choque é dada em função da chamada polarização do vácuo, que é a correção ao propagador do fóton devida à produção e aniquilação do par quark-antiquark (no presente caso, $t\bar{t}$), e o tratamento empregado reduz o problema de seu cálculo à função de Green associada à equação de Schrödinger usual. Neste trabalho, reproduziremos o tratamento aplicado por Strassler e Peskin no cálculo da seção de choque $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$, com o objetivo principal de calculá-la numericamente através do método Numerov [7], explicitando sua sensibilidade à massa do quark top.

Este trabalho está organizado da seguinte maneira. A seção 2 apresenta o formalismo da equação de Schrödinger e da função de Green, que será utilizado posteriormente; a seção 3 introduz a eletrodinâmica quântica (QED) e as regras de Feynman para a QED; na seção 4, detalharemos a obtenção da expressão analítica para a seção de choque de interesse, bem como a implementação numérica da solução e discussão dos resultados; por fim, na seção 5 faremos uma conclusão a respeito dos resultados obtidos.

2 A Equação de Schrödinger e a Função de Green

Nesta seção, utilizaremos a notação de Dirac de bras e kets para introduzir a equação de Schrödinger e o operador evolução temporal. Também estabeleceremos o formalismo da função de Green, uma poderosa ferramenta matemática utilizada na solução de equações diferenciais não-homogêneas com condições iniciais e de contorno específicas, sendo, portanto, de grande valia neste trabalho.

Seja um estado $|\alpha, t_0\rangle$, onde t_0 é um instante de tempo inicial. Após um tempo t , o ket resultante é dado por

$$|\alpha, t_0; t\rangle = \mathcal{U}(t, t_0) |\alpha, t_0\rangle, \quad (1)$$

onde $\mathcal{U}(t, t_0)$ é o operador de evolução temporal. A equação de Schrödinger dependente do tempo que rege a dinâmica deste estado tem a forma [8]

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{U}(t, t_0) |\alpha, t_0\rangle = \hat{H} \mathcal{U}(t, t_0) |\alpha, t_0\rangle, \quad (2)$$

onde $\hbar$ é a constante de Planck dividida por 2π e $\hat{H}$ é o operador hamiltoniano do sistema, definido como a soma da energia cinética e potencial, isto é, $\hat{H} = \hat{p}^2/2m + \hat{V}$.

Ao projetar o estado $|\alpha\rangle$ em termos dos autovetores do operador posição em três dimensões, $|\vec{x}\rangle$, podemos reescrever a Eq. (2) como

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \langle \vec{x} | \alpha, t_0; t \rangle = \langle \vec{x} | H | \alpha, t_0; t \rangle, \quad (3)$$

ou, ainda,

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \langle \vec{x} | \alpha, t_0; t \rangle = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{x}, t) \right) \langle \vec{x} | \alpha, t_0; t \rangle, \quad (4)$$

onde definimos o braket $\langle \vec{x} | \alpha, t_0; t \rangle$ como a função de onda $\psi_\alpha(\vec{x}, t)$ do sistema e fizemos uso do operador momento em três dimensões $\hat{p} = i\hbar \vec{\nabla}$. A função de onda não possui, por si só, um significado físico; mas seu módulo ao quadrado sim. Em 1927, Max Born propôs a interpretação probabilística da função de onda: seu módulo ao quadrado é uma densidade de probabilidade, implicando que $\int_{x_0}^{x_1} |\langle x | \alpha, t_0; t \rangle|^2 dx$ é a probabilidade de encontrar a partícula entre x_0 e x_1 em um dado tempo t .

É interessante levar em conta que, em muitos sistemas, o potencial V não depende do tempo, resultando em um hamiltoniano que depende apenas do momento e da posição. Nestes casos, a função de onda possui uma dependência exponencial com o tempo. Se não estivermos interessados na evolução temporal, isto é, para $t = 0$, o termo exponencial se torna a unidade e

a equação de Schrödinger independente do tempo pode ser escrita na forma

$$\hat{H} |\alpha, t_0\rangle = E |\alpha, t_0\rangle, \quad (5)$$

onde E são autovalores do operador hamiltoniano (auto energias).

No presente trabalho, consideramos um processo de espalhamento, sistema no qual um estado assintótico inicial, livre, é transformado em um estado assintótico final através da ação de um potencial que pode ser tratado como uma perturbação. Neste tipo de processo, é vantajoso escrever o hamiltoniano completo como $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}(\vec{x})$, onde $\hat{H}_0 = \hat{p}^2/2m$ é o operador energia cinética, ou hamiltoniano livre, e $\hat{V}$ é a perturbação. Desta forma, $\hat{H}_0 |\phi\rangle = E |\phi\rangle$, onde $|\phi\rangle$ é o estado inicial livre. Ainda, a Eq. (5) implica que

$$(\hat{H}_0 + \hat{V}) |\psi\rangle = E |\psi\rangle, \quad (6)$$

isto é, queremos $|\psi\rangle \rightarrow |\phi\rangle$ quando $V \rightarrow 0$. A solução formal para esta equação é dada por [8]

$$|\psi\rangle = |\phi\rangle + \frac{1}{E - \hat{H}_0 \pm i\epsilon} \hat{V} |\psi\rangle, \quad (7)$$

e é conhecida como equação de Lippmann-Schwinger (LS), onde o termo $i\epsilon$ é a prescrição de Feynman para tratar os polos do denominador. Multiplicando esta equação por $\langle \vec{x} |$ à esquerda e aplicando a relação de completeza, a função de onda assume a forma¹

$$\langle \vec{x} | \psi \rangle = \langle \vec{x} | \phi \rangle + \int d^3x' \left\langle \vec{x} \left| \frac{1}{E - \hat{H}_0 \pm i\epsilon} \right| \vec{x}' \right\rangle \langle \vec{x}' | \hat{V} | \psi \rangle, \quad (8)$$

que é uma equação integral para a função de onda. O termo

$$G_0(\vec{x}, \vec{x}') \equiv \frac{\hbar^2}{2m} \left\langle \vec{x} \left| \frac{1}{E - \hat{H}_0 \pm i\epsilon} \right| \vec{x}' \right\rangle \quad (9)$$

é conhecido como função de Green de dois pontos do hamiltoniano livre; ou, ainda, como propagador — um objeto que representa a amplitude de transição para a partícula ir de um ponto a outro do espaço. A função de Green é tal que, reescrevendo a Eq. (4) como $(\nabla^2 + k^2)\psi = Q$, com $k^2 = 2mE/\hbar^2$ e $Q = 2mV\psi/\hbar^2$, G_0 é a função que resolve esta equação com uma fonte do tipo delta de Dirac, isto é,

$$(\nabla^2 + k^2)G_0(\vec{x}, \vec{x}') = \delta^3(\vec{x} - \vec{x}') . \quad (10)$$

A função de Green do hamiltoniano livre não possui todo o espectro de energia da função de

¹ A expressão completa, na verdade, conta com duas integrais no espaço de posição; porém, fizemos uso da localidade do potencial, isto é, $\langle x' | V | x'' \rangle = V(x')\delta(x' - x'')$.

onda, como podemos observar na Eq. (9). Neste trabalho, estamos interessados em encontrar a função de Green do hamiltoniano completo e, para isso, é vantajoso escrevê-la como função da conhecida G_0 . Fazendo uso da identidade de operadores $A^{-1} = B^{-1} + B^{-1}(B - A)A^{-1}$, a equação que relaciona G e G_0 é dada por [9]

$$G = G_0 + G_0 V G, \quad (11)$$

cuja estrutura, como é notável, é a da equação de LS, Eq. (7).

Iremos demonstrar que a função G completa está relacionada à seção de choque que queremos obter e, por isso, será necessário encontrá-la.

3 Eletrodinâmica Quântica (QED)

Em teoria quântica de campos (TQC), uma teoria construída a partir do formalismo lagrangiano, os campos são as entidades fundamentais, e as partículas são interpretadas como excitações do campo quantizado. Neste trabalho, estamos interessados na interação de partículas fermiônicas (spin 1/2), em especial o quark top, com a luz, ou simplesmente o fóton na versão quantizada, dentro do contexto da TQC. A teoria que descreve esta interação é a eletrodinâmica quântica (QED), uma teoria abeliana com simetria $U(1)$.

A lagrangiana do campo fermiônico livre, ou, ainda, lagrangiana de Dirac, é dada, para o quark top, por [10]

$$\mathcal{L}_D = i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) - m_t\bar{\psi}(x)\psi(x), \quad (12)$$

onde m_t é a massa do quark top, ψ e $\bar{\psi} = \psi^\dagger\gamma^0$ são o campo e campo adjunto de Dirac, respectivamente, e definimos as matrizes γ^μ , com $\mu = 0, 1, 2, 3$, como matrizes 4×4 dadas, na representação quiral, como [11]

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

onde cada “0” e “1” se referem às matrizes 2×2 nula e identidade, respectivamente, e as matrizes σ^i são as matrizes de Pauli.

Diferentemente da mecânica quântica não relativística, o formalismo da TQC implica que ψ não é mais uma função de onda, e sim um operador que satisfaz as relações de comutação canônicas e é responsável pela criação e aniquilação de partículas. A equação de Euler-Lagrange,

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \psi)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi} = 0, \quad (14)$$

aplicada à lagrangiana da Eq. (12), resulta na equação de movimento para o quark top, a famosa equação de Dirac,

$$(i\not{D} - m_t)\psi = 0, \quad (15)$$

onde definimos a contração de quadrivetores com as matrizes γ^μ como $\not{D} = \gamma^\mu\partial_\mu$. Este resultado mostra que a lagrangiana da Eq. (12) leva à equação que rege a dinâmica dos férmions, em particular o quark top, mas não possui termo que representa a interação dessas partículas com o fóton. Desta forma, precisamos construir este termo de interação a fim de encontrarmos a lagrangiana da QED, e isto será possível através de um mecanismo conhecido como invariância de *gauge* (ou calibre, em português), que será discutido a seguir.

A lagrangiana $\mathcal{L}_D$ é invariante sob transformação de fase $U(1)$ global, isto é, a transformação

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) \equiv e^{iQ_t\theta}\psi(x), \quad (16)$$

onde $Q_t = 2/3$ é a carga do quark top e a fase de $\psi(x)$ é apenas uma constante real arbitrária sem significado físico, não altera a equação de Dirac. Quando a fase θ passa a depender das coordenadas do espaço-tempo, isto é, $\theta = \theta(x)$, a lagrangiana livre não é invariante pela transformação $U(1)$ local, uma vez que a derivada se transforma segundo

$$\partial_\mu \psi(x) \rightarrow e^{iQ_t\theta(x)} [\partial_\mu + iQ_t\partial_\mu\theta(x)] \psi(x). \quad (17)$$

A solução deste problema é promover a invariância global a local, que se dá introduzindo a derivada covariante e adicionando o chamado campo de gauge. Este processo torna a lagrangiana invariante sob esta transformação local, cancelando, portanto, o termo $\partial_\mu\theta$ na Eq. (17). Adicionamos, então, um campo $A_\mu(x)$ de spin 1 que se transforma segundo [10]

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) - \partial_\mu\theta, \quad (18)$$

e definimos a derivada covariante

$$D_\mu \psi(x) \equiv [\partial_\mu + iQ_t A_\mu(x)] \psi(x), \quad (19)$$

que, agora, transforma-se da mesma forma que o campo sob a transformação $U(1)$, isto é,

$$D_\mu \psi(x) \rightarrow (D_\mu \psi)'(x) \equiv e^{iQ_t\theta} D_\mu \psi(x). \quad (20)$$

Portanto, a lagrangiana

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu D_\mu \psi(x) - m_t \bar{\psi}(x)\psi(x) = \mathcal{L}_D - Q_t A_\mu(x) \bar{\psi}(x)\gamma^\mu \psi(x) \quad (21)$$

conta com o termo de interação necessário e é invariante sob transformação local $U(1)$. Ainda, podemos interpretar o campo de gauge quantizado A_μ como o campo do fóton, desde que seja dinâmico, o que implica a adição de um termo cinético na lagrangiana. Este termo é dado por

$$\mathcal{L}_K \equiv -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}(x) F^{\mu\nu}(x), \quad (22)$$

onde $F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ é o tensor eletromagnético. Finalmente, a lagrangiana que rege a QED (na interação fóton- $t\bar{t}$) é dada por

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}(x) F^{\mu\nu}(x) + i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu \partial_\mu \psi(x) - m_t \bar{\psi}(x)\psi(x) - Q_t \bar{\psi}(x)\gamma^\mu A_\mu(x)\psi(x). \quad (23)$$

Na teoria interagente, a quantidade de interesse é a amplitude de transição para um processo específico, associado a algum observável, utilizada na determinação da seção de choque e taxas de decaimento, observáveis que serão extremamente importantes neste trabalho. Para calcular esta amplitude, utilizamos a chamada representação de interação, um esquema no qual os estados evoluem como na representação de Schrödinger e os operadores evoluem como na representação de Heisenberg. Desta forma, a evolução de um estado quântico no tempo é dada pela aplicação do operador de evolução temporal nesta representação, construído a partir da lagrangiana de interação. Se o sistema puder ser tratado perturbativamente, este operador resulta em uma série conhecida como série de Dyson, cuja estrutura pode ser encontrada na Ref. [8]. A amplitude final do processo é calculada através da atuação dos campos, escritos em função dos operadores de criação e aniquilação usuais da mecânica quântica, nos estados finais e iniciais da partícula. Este cálculo é, muitas vezes, tedioso.

Felizmente, o cálculo dos processos pode ser simplificado pelos chamados diagramas de Feynman, que são desenhos esquemáticos que representam as interações. O cálculo da amplitude a partir dos diagramas é, então, feito através das regras de Feynman, um conjunto de regras que associa cada elemento do diagrama a um termo na expressão da amplitude. A lagrangiana da Eq.(23) é essencial para a derivação destas regras para a QED, uma vez que sua parte cinética dá origem aos propagadores e o termo de interação leva ao fator de vértice.

Partindo da conservação do quadri-momento em cada vértice, as regras de Feynman para a QED são as seguintes [11]:

1. Para cada linha externa, atribui-se um quadrimomento p_i com sentido definindo o fluxo da partícula;
2. Analogamente, associa-se às linhas externas um quadrimomento q_i ;
3. Para as linhas externas, associamos

$$\text{férmion} \begin{cases} \text{e} : & u(p) \\ \text{s} : & \bar{u}(p') \end{cases}, \quad \text{antiférmion} \begin{cases} \text{e} : & \bar{v}(p) \\ \text{s} : & v(p) \end{cases}, \quad \text{fótons} \begin{cases} \text{e} : & \epsilon_\mu(p) \\ \text{s} : & \epsilon_\mu^*(p') \end{cases},$$

onde as letras “e” e “s” se referem ao sentido da partícula no diagrama, com e = entrando (momento p) e s = saindo (momento p'), $u(p)$ e $v(p)$ são os espinores de Dirac para partícula e antipartícula, respectivamente, e ϵ_μ representa o vetor de polarização do fóton;

4. Em cada vértice, adiciona-se o fator $-ie\gamma^\mu$, onde e é a carga do elétron;
5. Para as linhas internas, os propagadores, adicionam-se

$$\text{férmion} : S_F(q) = -\frac{i(\not{q} + m)}{q^2 - m^2 + i\epsilon} = -\frac{i}{\not{q} - m + i\epsilon}, \quad \text{fóton} : -\frac{ig_{\mu\nu}}{q^2 + i\epsilon}, \quad (24)$$

onde o termo $i\epsilon$ é a prescrição de Feynman que trata possíveis singularidades no propagador, com $\epsilon \rightarrow 0$;

6. Integrar sobre cada momento de loop interno, isto é, fazer $\int \frac{d^4 q_i}{(2\pi)^4}$;
7. O resultado final corresponde a $-i\mathcal{M}$, com $\mathcal{M}$ a amplitude de espalhamento do processo.

Seguir esta ordem é importante para evitar erros no cálculo da amplitude. Além disso, para fazer a leitura correta de um diagrama de Feynman, a Ref. [12] sugere percorrer cada linha que representa um férmion no sentido contrário ao fluxo da partícula pelo diagrama. Finalmente, é fundamental ressaltar que o resultado final será, sempre, um escalar de Lorentz.

Neste trabalho em particular, um dos vértices de interesse envolve a troca de glúons entre os quarks e não fótons. A troca de glúons é regida pela QCD, uma teoria não abeliana com simetria $SU(3)$. A implementação do princípio de gauge é similar ao caso da QED, mas gera, além da interação do tipo da Eq. (23), interações entre os glúons. Contudo, no presente caso, o vértice relevante é o do tipo abeliano, e só precisamos substituir o fator de vértice $-ie\gamma^\mu$ por $-ig_s T^a \gamma^\mu$, onde T^a é uma matriz de representação do grupo $SU(3)$ e é dado em função do acoplamento forte α_s como $g_s^2 = 4\pi\alpha_s$.

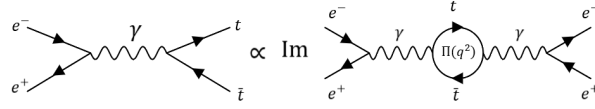


Figura 1 - Esquema do teorema óptico para o caso da seção de choque $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$. Fonte: Elaborada pela autora.

4 Seção de Choque $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$

Na mecânica quântica, o teorema óptico relaciona a parte imaginária da amplitude de espalhamento frontal à seção de choque total. A versão deste teorema na TQC [13] é tal que a parte imaginária da amplitude de espalhamento é dada pela soma de todas as possíveis contribuições de estados intermediários físicos (ditos na camada de massa) propriamente integrados no espaço de fase. Este teorema está esquematicamente ilustrado, para o caso da seção de choque de interesse, na Fig. 1 - .

Em ordem dominante na QED, a seção de choque total para a produção do par $t\bar{t}$ é dada pelo teorema óptico como [1]

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow t\bar{t}) = \frac{4\pi\alpha}{s} [-\text{Im } \Pi_t(q^2)] , \quad (25)$$

onde $\Pi_t(q^2)$ é a contribuição do quark top para a polarização do vácuo, s é a energia do centro de massa ao quadrado, isto é, $E_{CM} = \sqrt{s}$, e $\alpha = e^2/4\pi$ é a constante de estrutura fina, com e a carga elétrica do elétron. O cálculo desta seção de choque, portanto, resume-se ao termo $\text{Im } \Pi_t(q^2)$ e, nesta sessão, iremos reproduzir o tratamento não relativístico e perturbativo empregado por Strassler e Peskin a fim de reduzir este problema a encontrar a função de Green completa da equação de Schrödinger usual. Por fim, implementaremos a solução numericamente e estudaremos a dependência da seção de choque com a massa do quark top.

4.1 Aproximação não Relativística

Para calcular $\Pi_t(q^2)$, utilizamos o tensor (ou correlator) $\Pi^{\mu\nu}(q)$, definido como a amplitude de diagramas do tipo 1PI (diagramas que não podem ser divididos pela metade através da remoção de uma única linha). O esquema da Fig. 2 - ilustra o diagrama correspondente à polarização do vácuo em ordem dominante, e as regras de Feynman para a QED introduzidas na seção anterior implicam que ele é dado por

$$\left(-i\frac{2}{3}e\right)^2 \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[\gamma^\mu \frac{i}{\not{p} + \not{q}/2 - m_t} \gamma^\nu \frac{i}{\not{p} - \not{q}/2 - m_t} \right] \equiv i\Pi^{\mu\nu}(q) , \quad (26)$$

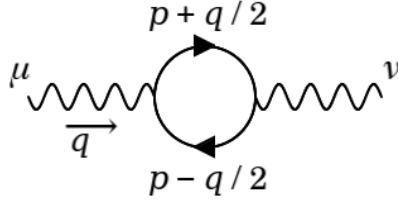


Figura 2 - Esquema do diagrama correspondente à polarização do vácuo em ordem dominante.
Fonte: Elaborada pela autora.

onde m_t e $2/3$ são a massa e carga do quark top, respectivamente, e fizemos a soma sobre todos os spins, reduzindo o cálculo ao traço de uma matriz. Vamos, agora, encontrar qual deve ser a estrutura do correlator $\Pi^{\mu\nu}$.

Os únicos tensores que podem aparecer na expressão de $\Pi^{\mu\nu}(q)$ são $g^{\mu\nu}$ e $q^\mu q^\nu$. A identidade de Ward [13], que relaciona funções de correlação na QED, implica que $q_\mu \Pi^{\mu\nu}(q) = 0$. Desta forma, $\Pi^{\mu\nu}(q)$ deve ser proporcional à projeção $g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu / q^2$. Além disso, espera-se que $\Pi^{\mu\nu}(q)$ não tenha um polo em $q^2 = 0$, pois isso só aconteceria para um estado intermediário de uma partícula sem massa (o que não é possível em nenhum diagrama $1PI$). Por este raciocínio, extraímos a estrutura do tensor como

$$\Pi^{\mu\nu}(q) = (q^2 g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu) \Pi(q^2), \quad (27)$$

onde $\Pi(q^2)$ é uma função escalar de q^2 regular em $q^2 = 0$. A Eq. (27) retrata a dependência da polarização do vácuo nos índices de Lorentz final e inicial do fóton.

Tratando o potencial de interação entre os quarks perturbativamente, podemos calcular $\Pi_t(q^2)$ através da chamada aproximação escada, onde iteramos todas as contribuições devidas à troca de um glúon, representadas na Fig. 3 -, entre os quarks. Esta soma é realizada com a função de vértice $\Gamma^\mu(p, q)$, que é a correção devida às trocas de fótons e glúons virtuais — neste caso — no vértice fóton-top-antitop.

A função de vértice é parametrizada com a substituição do termo $-ie\gamma^\mu$ por $-ie\Gamma^\mu$ no vértice e, em ordem mais baixa, $\Gamma^\mu = \gamma^\mu$. Esta função resolve a equação representada pelo esquema da Fig. 4 - a, e está relacionada a $\Pi_t(q^2)$ como na Fig. 4 - b. Deste modo, para calcular $\Pi_t(q^2)$, precisamos, primeiro, encontrar $\Gamma^\mu(p, q)$.

Adicionando a correção $\Gamma^\mu(p, q)$ e o propagador do quark e antiquark, $S_F(p+q)$ e $S_F(p-q/2)$, respectivamente, a Eq. (26) se transforma em

$$\begin{aligned} i\Pi^{\mu\nu}(q^2) &= i(g^{\mu\nu}q^2 - q^\mu q^\nu)\Pi(q^2) \\ &= \left(i\frac{2}{3}e\right)^2 \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[\frac{\Gamma^\mu(p, q)(\not{p} + \not{q}/2 + m_t)}{(p + q/2)^2 - m_t^2 + im_t\Gamma_t} \frac{\gamma^\nu(\not{p} - \not{q}/2 + m_t)}{(p - q/2)^2 - m_t^2 + im_t\Gamma_t} \right], \end{aligned} \quad (28)$$

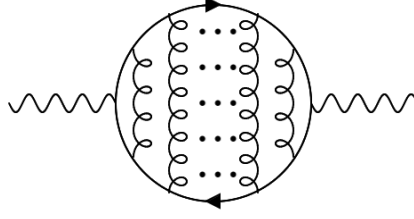


Figura 3 - Diagrama que representa $\Pi_t(q^2)$ através da iteração do potencial da troca de um glúon em ordem dominante no limite não relativístico. Fonte: Elaborada pela autora.

onde Γ_t é a largura de decaimento do quark top e o termo $im_t\Gamma_t$ advém de sua instabilidade, o que permite dispensar o termo $i\epsilon$ no denominador.

Em ordem dominante em α_s , é suficiente analisar a equação que será deduzida para Γ^μ na aproximação não relativística. Supomos $q = (2m_t + E, 0)$, de modo que E representa a energia medida com relação ao limiar de produção de um par $t\bar{t}$ e os momentos são tratados como sendo de ordem α_s . Nesta aproximação, utilizamos a energia não relativística da partícula, $(p^0 + q^0/2) - m_t = (p^0 + m_t + E/2) - m_t = p^0 + E/2$, e analogamente para a antipartícula, o que implica

$$S_F(p \pm q/2) \rightarrow \frac{\pm i(1 \pm \gamma^0)/2}{E/2 \pm p^0 - |\mathbf{p}|^2/2m_t + i\Gamma_t/2}, \quad (29)$$

onde $(1 \pm \gamma^0)/2$ é o operador de projeção não relativístico.

Mantendo apenas a parte de Coulomb do propagador — que corresponde à componente A_0 do campo de gauge, que classicamente está ligada ao potencial eletrostático — a troca de um glúon entre o par $t\bar{t}$ que foi produzido (os dois últimos vértices da Fig. 4 - a) é dada, em ordem mais baixa, por

$$(-ig_s)^2(T^a\gamma^0)(T^a\gamma^0)\frac{+i}{|\mathbf{p} - \mathbf{k}|^2}. \quad (30)$$

Vale ressaltarmos que a construção desta equação surge das regras de Feynman para a QCD, onde fizemos a substituição do fator de vértice mencionado na seção 3 no limite não relativístico. Em ordem dominante, o potencial de Coulomb (no espaço de momento) devido à troca de um glúon é

$$\tilde{V}(\mathbf{p} - \mathbf{k}) = -\frac{4}{3} \frac{4\pi\alpha_s}{|\mathbf{p} - \mathbf{k}|^2}, \quad (31)$$

onde α_s faz o papel da constante de estrutura fina e $4/3$ é o fator de cor associado.

A equação para $\Gamma^\mu(p, q)$ na Fig. 4 - a assume a forma de uma equação integral, em total

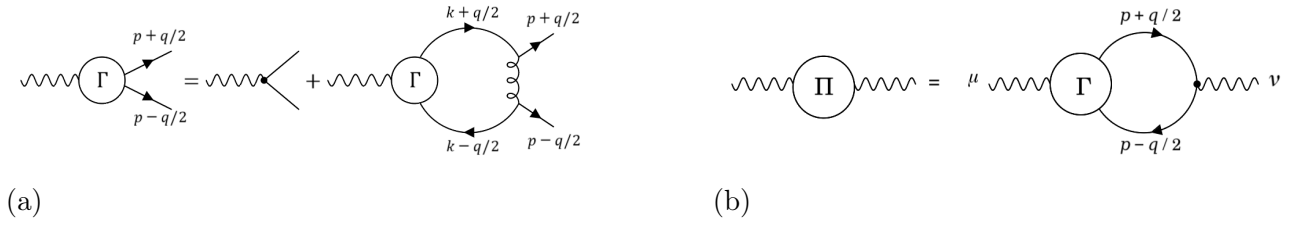


Figura 4 - (a) Diagramas que resultam na equação satisfeita pela função de vértice $\Gamma^\mu(p, q)$ na *aproximação escada*; (b) Diagrama correspondente à equação que relaciona $\Pi_t(q^2)$ a Γ^μ . Fonte: Elaborada pela autora.

analogia com a equação de LS apresentada na Seção 2, isto é,

$$\Gamma^\mu(p, q) = \gamma^\mu + \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1 + \gamma^0}{2} \Gamma^\mu(k, q) \frac{1 - \gamma^0}{2} \times \frac{\tilde{V}(\mathbf{p} - \mathbf{k})}{(E/2 + k^0 - |\mathbf{k}|^2/2m_t + i\Gamma_t/2)(E/2 - k^0 - |\mathbf{k}|^2/2m_t + i\Gamma_t/2)} . \quad (32)$$

Como mencionado, o primeiro termo é Γ^μ em ordem mais baixa (γ^μ). Note, ainda, que o lado direito desta equação independe de p^0 e, então, tomando $\Gamma(k, q)$ independente de k^0 , o teorema do resíduo permite calcular a integral sobre dk^0 diretamente. Além disso, substituindo o propagador da Eq. (29) (e o correspondente ao antiquark) na Eq. (28), é perceptível que a integral depende apenas do termo $(1 + \gamma^0)\Gamma^\mu(p, q)(1 - \gamma^0)$. A aproximação não relativística, Eq. (32), implica que

$$\frac{1 + \gamma^0}{2} \Gamma^\mu(p, q) \frac{1 - \gamma^0}{2} = \frac{1 + \gamma^0}{2} \gamma^\mu \frac{1 - \gamma^0}{2} \tilde{\Gamma} , \quad (33)$$

onde $\tilde{\Gamma}$ é uma função escalar de $|\mathbf{p}|$ e E . Esse processo reduz a Eq. (32) à equação escalar

$$\tilde{\Gamma}(\mathbf{p}, E) = 1 + \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p} - \mathbf{k}) \frac{1}{E + i\Gamma_t - |\mathbf{k}|^2/m_t} \tilde{\Gamma}(\mathbf{k}, E) , \quad (34)$$

cuja estrutura é a de uma equação de LS e, portanto, a de uma equação de Schrödinger. Esta expressão mostra que no limite não relativístico, $\Gamma^\mu(p, q)$ se reduz à equação de Schrödinger. Chamando

$$\tilde{G}(\mathbf{k}, E + i\Gamma_t) = -\frac{1}{E + i\Gamma_t - |\mathbf{k}|^2/m_t} \tilde{\Gamma}(\mathbf{k}, E) , \quad (35)$$

temos, em analogia à Eq. (11), a função de Green completa, que é solução da equação

$$[H - (E + i\Gamma_t)]G(\mathbf{r}, E + i\Gamma_t) = \delta^{(3)}(\mathbf{r}), \quad (36)$$

onde tomamos a transformada inversa de Fourier de $\tilde{G}(\mathbf{k}, E + i\Gamma_t)$ para retornar ao espaço de

posição e

$$H = -\frac{\nabla^2}{m_t} + V(\mathbf{r}) \quad (37)$$

é o hamiltoniano completo.

Para obter a expressão de $\Pi_t(E)$, basta inserir a Eq. (34) na redução não relativística da Eq. (32). Novamente, fazemos uso do teorema do resíduo para efetuar a integração em dp^0 e da transformada inversa de Fourier de $\tilde{G} = (\mathbf{k}, E + i\Gamma_t)$ na origem, de forma que obtemos, através da expressão 28,

$$\Pi_t(E) = \frac{2}{3} \frac{e^2}{m_t^2} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{E + i\Gamma_t - |\mathbf{p}|^2/m_t} \tilde{\Gamma}(\mathbf{p}, E) = -\frac{2}{3} \frac{e^2}{m_t^2} G(\mathbf{r} = 0, \mathbf{r}' = 0; E + i\Gamma_t) . \quad (38)$$

Por fim, substituímos esta expressão na Eq. (5 -) e chegamos na relação

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow t\bar{t}) = \frac{8\pi^2\alpha^2}{3m_t^4} [\text{Im } G(0, 0; E + i\Gamma_t)] , \quad (39)$$

e agora a seção de choque da produção do par $t\bar{t}$ no limiar de energia depende apenas da função de Green interagente e, portanto, precisamos encontrá-la.

4.2 Método Analítico para Encontrar $\text{Im } G(0, 0; E)$

O próximo passo é a obtenção da função de Green da equação de Schrödinger, $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E)$, calculada em $\mathbf{r} = \mathbf{r}' = 0$. Precisamos resolver a equação diferencial não-homogênea de segunda ordem, Eq. (36),

$$\left[-\frac{\nabla^2}{m_t} + V(\mathbf{r}) - (E + i\Gamma_t) \right] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E + i\Gamma_t) = \delta^{(3)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') . \quad (40)$$

Porém, como $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ será calculada na origem, apenas o nível S ($l = 0$) tem contribuição relevante e, portanto, a parte angular do laplaciano é zero, reduzindo esta equação a

$$\left[-\frac{1}{m_t} \left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right] + V(\mathbf{r}) - (E + i\Gamma_t) \right] G(r, r') = \frac{1}{4\pi r^2} \delta(r - r') . \quad (41)$$

Definimos

$$g(r, r') = rr' G(r, r') , \quad (42)$$

que, ao ser substituída na Eq. (41), resulta na equação de Schrödinger unidimensional

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + m_t[E + i\Gamma_t - V(r)] \right) g(r, r') = \frac{m_t}{4\pi} \delta(r - r') , \quad (43)$$

A solução para esta equação   da forma

$$g(r, r') = \begin{cases} c_1 g_>(r_>), r > r' \\ c_2 g_<(r_<), r < r' \end{cases}, \quad (44)$$

onde $r_> = \text{máx}(r, r')$, $r_< = \text{mín}(r, r')$, e $g_>, g_<$ são soluções da equação homogênea, regular em $r \rightarrow \infty$ e $r \rightarrow 0$, respectivamente, e c_1 e c_2 são constantes. A continuidade em $r = r'$ implica que $c_1 g_>(r = r') = c_2 g_<(r = r')$, de forma que temos a relação entre c_1 e c_2 . Se $r > r'$ então $r_> = r, r_< = r'$ e $g(r, r') = c_1 g_>(r) = c_2 g_<(r = r') g_>(r)$, e analogamente para $r < r'$. Podemos escrever a solução para os dois casos, $r > r'$ e $r < r'$, de uma forma mais compacta, definindo uma constante A tal que $g(r, r') = A g_>(r_>) g_<(r_<)$. Para encontrar A , fazemos uso da descontinuidade da primeira derivada de g , de modo que obtemos

$$\left. \frac{dg}{dr} \right|_{r=r'+\epsilon} - \left. \frac{dg}{dr} \right|_{r=r'-\epsilon} = -A \mathcal{W}[g_>, g_<](r') = -\frac{m_t}{4\pi}, \quad (45)$$

onde $\mathcal{W}[f_1, f_2](r_0) = f_1(r_0)f_2'(r_0) - f_1'(r_0)f_2(r_0)$   o wronskiano de duas funções f_1 e f_2 no ponto r_0 .

Sabemos que $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ deve ser finita em $r = 0$, e conseqüentemente a solução regular para $g(r)$ deve zerar neste ponto. Definimos uma solução regular e uma irregular, $g_0(r)$ e $g_1(r)$, que satisfazem

$$\begin{aligned} g_0(r) &= r + \dots, \quad r \rightarrow 0, \\ g_1(r) &= 1 + \dots, \quad r \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (46)$$

Note, entretanto, que este conjunto de soluções não pode ser completo, uma vez que possibilita que g_1 contenha uma mistura arbitrária de g_0 . Se $V(r)$ fosse regular na origem, seria possível impor $(d/dr)g_1 = 0, r = 0$, mas quando consideramos α_s como um acoplamento variável em termos de uma escala, o que será abordado na seção 4.3.1, $\alpha_s \rightarrow \alpha_s(\mu)$ e temos, para um potencial de Coulomb, $g_1(r) = 1 - \beta r \ln(r/d) + \dots$, onde β e d são constantes e, portanto, $(d/dr)g_1$ diverge para $r \rightarrow 0$; a arbitrariedade no parâmetro d induz uma mistura arbitrária de g_0 em g_1 . Felizmente será suficiente impor, para qualquer $V(r)$ menos singular que $1/r^2$, que

$$\text{Im} \left[\frac{d}{dr} g_1(r) \right] \rightarrow 0, \quad r \rightarrow 0. \quad (47)$$

A escolha de g_1   arbitrária desde que obedeça a restrição imposta pela Eq. (47), mas uma vez escolhido, as soluções $g_<(r)$ e $g_>(r)$ devem ser escritas como combinação linear de g_0 e g_1 . Da mesma forma que $g_0(r)$, $g_<(r)$ também zera na origem, o que possibilita a identificação da

primeira solução como sendo

$$g_{<}(r) = g_0(r). \quad (48)$$

A segunda solução   construída, a partir de g_0 e g_1 , de forma que a condição de contorno $g_{>}(r \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ seja satisfeita. Obtemos, portanto,

$$g_{>}(r) = g_1(r) + Bg_0(r), \quad (49)$$

o que implica

$$B = \lim_{r \rightarrow \infty} \left[-\frac{g_1(r)}{g_0(r)} \right]. \quad (50)$$

Esta equação explicita o fato de que a parte real de B é dependente da escolha de g_1 , mas a parte imaginária é fixa conforme a Eq. (47).

Com estas condições, o Wronskiano em $r = 0$ é $\mathcal{W}(g_{>}, g_{<}) = -1$ e, portanto, $A = -m_t/4\pi$. Por fim, a partir da definição de $g(r, r')$, Eq. (42), e da solução da equação de Schr dinger correspondente, Eq. (44), encontramos a função de Green na origem como sendo

$$\begin{aligned} G(0, 0) &= -\frac{m_t}{4\pi} \lim_{r, r' \rightarrow 0} \frac{g_{<}(r)}{r} \frac{g_{>}(r')}{r'} \\ &= -\frac{m_t}{4\pi} \lim_{r' \rightarrow 0} \left(\frac{g_1(r')}{r'} + B \right). \end{aligned} \quad (51)$$

Com as Eqs. (46) e (47), determinamos, finalmente,

$$\text{Im } G(0, 0) = -\frac{m_t}{4\pi} \text{Im } B. \quad (52)$$

Como proposto e desejado, o problema do cálculo da seção de choque da produção do par $t\bar{t}$ foi reduzido a

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow t\bar{t}) = -\frac{2\pi\alpha^2}{3m_t^3} \text{Im } B, \quad (53)$$

onde $\text{Im } B$ pode ser calculada numericamente através da Eq. (50) e da versão homogênea da Eq. (43).

4.3 Solução Numérica

Nesta seção, detalharemos o método utilizado na solução numérica da equação diferencial homogênea

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + m_t[E + i\Gamma_t - V(r)] \right) g(r, r') = 0, \quad (54)$$

a fim de se encontrar as soluções g_0 e g_1 que compõem o termo de interesse B necessário no cálculo da seção de choque dada pela Eq. (53).

A resolução da Eq. (54) foi implementada com o Numerov [7], um algoritmo utilizado na solução de equações diferenciais de segunda ordem em que o termo de primeira ordem não aparece². O princípio deste método se concentra na discretização do espaço e utilização de séries de Taylor para expansão da função desejada perto de um ponto a , que será o espaçamento da rede. Seja uma equação do tipo

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + k^2(x)\psi(x) = 0. \quad (55)$$

Expandindo a função $\psi(x + a)$ ao redor de x , temos

$$\psi(x + a) = \psi(x) + a\psi'(x) + \frac{a^2}{2}\psi''(x) + \dots \quad (56)$$

Adicionando a Eq. (56) à série correspondente a $\psi(x - a)$, obtemos uma expressão para a segunda derivada de ψ :

$$\psi''(x) = \frac{\psi(x + a) - 2\psi(x) + \psi(x - a)}{a^2} - \frac{a^2}{12}\psi^{(4)}(x) + O(a^4). \quad (57)$$

Para calcular o termo envolvendo a quarta derivada, basta atuar $1 + (a^2/12)d^2/dx^2$ na Eq. (55). Estes passos permitem obter a solução da Eq. (55) como [7]

$$\psi_{i+1} = \frac{2(1 - \frac{5}{12}a^2k_i^2)\psi_i - (1 + \frac{1}{12}a^2k_{i-1}^2)\psi_{i-1}}{1 + \frac{1}{12}a^2k_{i+1}^2}, \quad (58)$$

onde i é o i -ésimo elemento do espaço discretizado.

No presente caso, utilizamos a Eq. (58) para o cálculo das soluções g_0 e g_1 , iterando-a de $i = 1$ a $i = N - 1$, onde $N = 115000$ foi o número de pontos da rede utilizada.

4.3.1 Acoplamento α_s

Tomando a transformada inversa de Fourier do potencial de Coulomb no espaço de momento, Eq. (31), obtemos o potencial no espaço de posição,

$$V(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r}, \quad (59)$$

onde α_s obedece uma equação de grupo de renormalização. Para resolver esta equação, substituímos a constante α_s no potencial por um acoplamento variável $\alpha_s(\mu)$, com μ a escala de renormalização tal que

$$\beta(\alpha_s) \equiv -\frac{\mu}{\pi} \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu} = \frac{\beta_1 \alpha_s^2}{\pi^2} + \frac{\beta_2 \alpha_s^3}{\pi^3} + \dots \quad (60)$$

² Para equações diferenciais em que o termo de primeira ordem não aparece, o Numerov é mais simples de ser implementado e mais preciso [7] do que o algoritmo de Runge-Kutta de quarta ordem.

A solução desta equação para a função β calculada a um *loop* é dada por [14]

$$\alpha_s(\mu_2) = \frac{\alpha_s(\mu_1)}{1 - \frac{\alpha_s(\mu_1)}{\pi} \beta_1 \ln(\mu_1/\mu_2)}, \quad (61)$$

onde $\beta_1 = (11N_c - 2N_f)/6 = 23/6$, com o número de cores, N_c , e de sabores, N_f , sendo, respectivamente, 3 e 5, e $\alpha_s(\mu_1)$ é uma escala de referência. No presente caso, $\mu_2 = m_t$ e $\alpha_s(\mu_1)$ foi escolhida como $\alpha_s(m_Z) = 0.1179$ [5].

4.3.2 Largura de Decaimento Γ_t

Por ser uma partícula muito pesada, o quark top decai rapidamente, impossibilitando que a hadronização ou formação de estados ligados aconteça. A largura de decaimento é dominada pelo canal $t \rightarrow W^+b$, enquanto os outros modos de decaimento são suprimidos. No modelo padrão, a largura de decaimento prevista em ordem dominante e considerando $m_b = 0$ é [5]

$$\Gamma_t = \frac{G_F m_t^3}{8\pi\sqrt{2}} \left(1 - \frac{M_W^2}{m_t^2}\right)^2 \left(1 + \frac{2M_W^2}{m_t^2}\right), \quad (62)$$

onde $G_F = 1.1663787 \times 10^{-5}(\text{GeV})^{-2}$ é o acoplamento de Fermi, $M_W = (80.379 \pm 0.012)\text{GeV}$ [5] é a massa do bóson W e m_t é a massa-polo do quark top. Na implementação, a largura de decaimento foi calculada para cada massa utilizada.

Diferentemente do trabalho de Strassler e Peskin, nossa reprodução não contempla o efeito do bóson de Higgs e algumas considerações eletrofracas, como a aniquilação do par e^+e^- através do bóson Z^0 , a variação de α (que obedece uma equação de grupo de renormalização analogamente à α_s) e a radiação inicial (emissão/absorção espontânea de fótons), mas que são efeitos subdominantes, comparados aos que tratamos aqui. Nas nossas aproximações, a seção de choque final é dada então por

$$\sigma(s) = \frac{2}{m_t} (\text{Im } B) R, \quad (63)$$

onde $R = 4\pi\alpha^2/3s$ é a seção de choque $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ em ordem dominante e no limite $m_\mu \rightarrow 0$.

4.4 Resultados

Para estudar a sensibilidade da seção de choque com a variação da massa do quark top, foram escolhidos, de forma arbitrária, alguns valores de massa ao redor de $m_t = (172.5 \pm 0.7)\text{GeV}$ [5]. A partir destes valores, o acoplamento $\alpha_s(m_t)$ e a largura de decaimento correspondentes foram calculados através das Eqs. (61) e (62), respectivamente. Os resultados obtidos para a seção de choque em função da energia estão ilustrados no gráfico da figura 5 -, onde o eixo horizontal superior é dado por $E = \sqrt{s} - 2\bar{m}_t$, com $\sqrt{s}$ a energia do centro de massa e $\bar{m}_t$ a média das

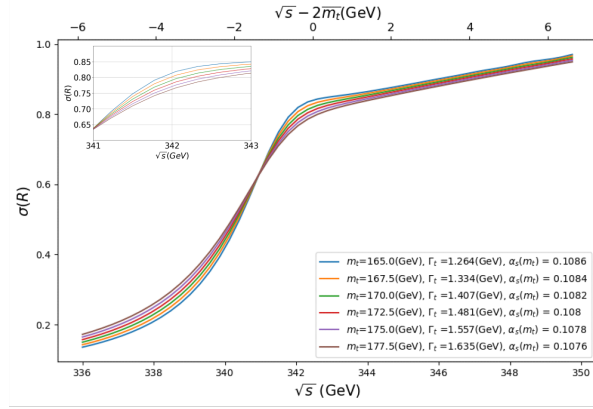


Figura 5 - Seção de choque em unidades de R para diferentes massas em função da energia.
Fonte: Elaborada pela autora.

massas escolhidas, e o eixo horizontal inferior é simplesmente $\sqrt{s}$. O eixo vertical é a seção de choque em unidades de R . O comportamento da seção de choque é muito similar à curva característica de uma ressonância e, por este motivo, usaremos o termo quase-ressonância.

Observamos que a variação da massa altera não só a amplitude, como também o comportamento da seção de choque. Conforme a massa aumenta, ocorre a diminuição da altura e aumento da largura da quase-ressonância, com a tendência de desaparecimento do pico característico no contínuo. Esta relação entre a massa e a seção de choque perto do limiar é praticamente linear; a variação 7% da massa corresponde à alteração de aproximadamente 6% na seção de choque, como é possível observar na ampliação do pico na Fig. 5 - .

5 Conclusão

O objetivo deste trabalho foi calcular numericamente a seção de choque $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$, cuja expressão foi obtida através da reprodução do tratamento consagrado por Strassler e Peskin, como forma de evidenciar sua sensibilidade à massa do quark top.

Primeiramente, utilizamos o teorema óptico no escopo da teoria quântica de campos para relacionar a seção de choque à contribuição do quark top para a polarização do vácuo. A amplitude dos diagramas que contribuem para este termo foi calculada em ordem dominante, utilizando as regras de Feynman para a QED, através do correlator (ou tensor de polarização), e possui relação direta com a função de vértice construída. Esta função possui essencialmente a estrutura de uma equação de Lippmann-Schwinger, e o formalismo previamente introduzido permitiu identificar, em sua expressão, a função de Green do hamiltoniano interagente.

Obtivemos, através de sua relação com o termo de polarização, a expressão para a seção de choque contendo a função de Green, revelando uma dependência explícita na massa do quark top, apesar de a maior contribuição estar implícita. A função de Green foi, por fim, calculada por meio da solução da equação de Schrödinger homogênea com o método Numerov. A solução numérica possibilitou a visualização do comportamento da seção de choque na região de limiar, revelando que sensibilidade à massa do quark top é tal que pode não só deslocar a quase-ressonância como eliminá-la; para $m_t \rightarrow 200\text{GeV}$, a tendência é o desaparecimento do pico da seção de choque.

Neste trabalho, mostramos como o formalismo da mecânica quântica e da QED são essenciais no estudo de processos muito importantes que servem como testes de precisão do modelo padrão. Em particular, a sensibilidade da seção de choque $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$ com a massa do quark top é um resultado extremamente significativo, pois indica que a realização desta colisão em laboratório permitirá medir a massa e a largura de decaimento desta partícula fundamental com precisão maior que a atual, sendo um teste das previsões do modelo padrão para seu tempo de vida.

REFERÊNCIAS

- 1 STRASSLER, M. J.; PESKIN, M. E. The Heavy top quark threshold: QCD and the higgs. *Physical Review D*, v. 43, p. 1500–1514, 1991.
- 2 PLANCK, M. *Original papers in quantum physics*. Londres: Taylor & Francis, 1972. (Classic papers in physics). ISBN 9780470691052.
- 3 EINSTEIN, A. Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Annalen der Physik*, v. 322, n. 10, p. 891–921, 1905.
- 4 EINSTEIN, A. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. *Annalen der Physik*, v. 354, n. 7, p. 769–822, 1916.
- 5 ZYLA, P. *et al.* Review of particle physics. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, v. 2020, n. 8, p. 083C01, 2020.
- 6 SUAREZ, R. G. The Future circular collider (FCC) at CERN. *Proceedings of Science*, 2022. Disponível em: <https://cds.cern.ch/record/2825264/files/2204.10029.pdf>. Acesso em: 30 out. 2023.
- 7 SIRCA, S.; HORVAT, M. *Computational methods for physicists: compendium for students*. Heidelberg: Springer, 2012. (Graduate texts in physics). ISBN 9783642324789.
- 8 SAKURAI, J. J.; NAPOLITANO, J. *Modern quantum mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2020. (Quantum physics, quantum information and quantum computation). ISBN 978-0-8053-8291-4.
- 9 TAYLOR, J. R. *Scattering theory: the quantum theory on nonrelativistic collisions*. New York: Wiley, 1972.
- 10 PICH, A. The standard model of electroweak interactions. 2012. Disponível em: <https://arxiv.org/pdf/1201.0537.pdf>. Acesso em: 30 out. 2023.
- 11 THOMSON, M. *Modern particle physics*. New York: Cambridge University Press, 2013. ISBN 978-1-107-03426-6.
- 12 GRIFFITHS, D. *Introduction to elementary particles*. New York: John Wiley Sons, 1987.
- 13 PESKIN, M. E.; SCHROEDER, D. V. *An introduction to quantum field theory*. Reading: Addison-Wesley, 1995. ISBN 978-0-201-50397-5.
- 14 JAMIN, M. *QCD and renormalisation group methods*. Barcelona: Universitat Autònoma de Barcelona, 2006.